

**MACROECONOMIE**  
Licence 1ère année, Semestre 2

---

**TD I : La fonction de production**

**Exercice 1 : fonction de production, rendements d'échelle et productivité marginale**

Soit  $Y = F(K, L)$  une fonction de production, où  $Y$  est le PIB,  $K$  le stock de capital,  $L$  le flux de travail. On suppose que cette fonction de production a des rendements d'échelle constants.

1. Rendements constants

- (a) Rappelez la définition d'une fonction de production à rendements constants, en en donnant une expression formelle et un exemple.
- (b) Cette propriété vous semble-t-elle vérifiée au niveau macroéconomique ?

2. La fonction de production en forme intensive

On définit les variables par travailleur :

$$\begin{aligned}k &= K/L \\ y &= Y/L\end{aligned}$$

En utilisant la définition des rendements constants, montrez que la production par travailleur  $y$  ne dépend que du stock de capital par travailleur  $k$ . On utilisera la notation standard  $F(k, 1) = f(k)$ .

3. Fonction de production Cobb-Douglas

On définit la fonction de production Cobb-Douglas

$$Y = K^\alpha L^{1-\alpha}.$$

- (a) Vérifiez que cette fonction a des rendements d'échelle constants.
- (b) Exprimez  $y$  en fonction de  $k$  dans ce cas.
- (c) Productivités marginales
  - i. Définissez et interprétez les notions de productivité marginale d'un facteur de production. En quoi cette notion diffère-t-elle de la notion de rendements d'échelle ?
  - ii. Calculez les productivités marginales du capital et du travail en partant de la forme  $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$
  - iii. Calculez la productivité marginale de  $k$  en partant de la forme intensive de la fonction de production. Comparez cette productivité avec la productivité marginale de  $K$  calculée précédemment.

#### 4. Productivité marginale et répartition du PIB

On suppose que les marchés des facteurs de production (capital et travail) sont concurrentiels et que la rémunération de chaque facteur est égale à sa productivité marginale. Dans la plupart des économies développées, la part du capital dans la rémunération des facteurs est égale à 30%. En utilisant l'expression de la productivité marginale dans le cas Cobb-Douglas ( $PMK$ ), calculez la valeur de  $\alpha$  qui permet de rendre compte de ce fait stylisé. On utilisera le fait que  $\frac{PMK \cdot K}{Y} = 30\%$ .

Que peut-on en déduire sur la part du PIB revenant au facteur travail, soit  $\frac{PML \cdot L}{Y}$  ?

#### 5. Exemple numérique

Soit le pays 1, avec le flux de travail  $L_1 = 120$  et le PIB  $Y_1 = 240$ .

Soit le pays 2, avec le flux de travail  $L_2 = 20$ .

Les pays 1 et 2 sont tous deux munis de la fonction de production Cobb-Douglas, avec  $\alpha = 0,3$ .

- Sachant que le stock de capital du pays 2,  $K_2$ , est six fois plus petit que  $K_1$  (soit :  $K_2 = \frac{K_1}{6}$ ), peut-on en déduire directement le PIB du pays 2,  $Y_2$  ?
- Calculez et comparez les PIB par tête des deux pays ( $y_1$  et  $y_2$ ).
- Calculez et comparez les stocks de capital par tête des deux pays ( $k_1$  et  $k_2$ ) en utilisant la forme intensive de la fonction de production.
- En déduire les productivités marginales du capital  $PMK_1$  et  $PMK_2$ .

### **Exercice 2 : la règle des pourcentages et la comptabilité de la croissance**

La règle des pourcentages simple peut s'énoncer de la façon suivante : si  $y = x \times z$ , alors on a :

$$\text{variation en \% de } y \simeq \text{variation en \% de } x + \text{variation en \% de } z$$

Cette règle peut se généraliser au cas où  $y = x^a \times z^b$ . On a alors :

$$\text{variation en \% de } y \simeq a \times \text{variation en \% de } x + b \times \text{variation en \% de } z$$

- On définit le stock de capital par travailleur par  $k = K/L$ . En utilisant la règle des pourcentages, calculez le taux de croissance de  $k$  en fonction du taux de croissance de  $K$  et du taux de croissance de  $L$ .
- On considère la fonction de production Cobb-Douglas suivante :

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$$

En utilisant la règle des pourcentages, exprimez le taux de croissance de  $Y$  en fonction du taux de croissance de  $A$ ,  $K$  et  $L$ .

## Texte

En vous aidant du texte ci-joint et de vos lectures et connaissances personnelles, répondez aux questions suivantes.

- Quelle a été la croissance du PIB par habitant aux Etats-Unis entre 1870 et 1990? Quelle a été la croissance du PIB par habitant en France au cours de la même période? Quelle a été la croissance du PIB par habitant en France entre 1950 et 1990?
- Rappelez la définition d'un taux de croissance. Quelle valeur du taux de croissance assure un doublement du revenu par habitant en 20 ans ? En 30 ans ?
- Quelle est l'ampleur des écarts de richesse dans le monde ? Que faudrait-il pour que ces écarts se réduisent? Les écarts de richesse ont-ils effectivement tendance à se réduire dans la réalité ?

## I.1 IMPORTANCE DE LA CROISSANCE

Aux Etats-Unis, le produit intérieur brut (PIB) par tête, mesuré en termes réels (dollars de 1985), a été multiplié par 8,1 entre 1870 et 1990, passant de 2 244 \$ à 18 258 \$ : cette augmentation correspond à un taux de croissance de 1,75 pour cent par an, performance qui confère aux Etats-Unis le niveau le plus élevé au monde en 1990 (à l'exception possible des Emirats Arabes Unis, pays producteur de pétrole ayant une faible population).<sup>1</sup>

Pour évaluer les conséquences sur de longues périodes de ces différences entre taux de croissance, livrons-nous à l'exercice suivant : que serait le PIB réel par tête des Etats-Unis en 1990, s'il avait augmenté au taux de 0,75 pour cent par an depuis 1870, c'est-à-dire un pour cent de moins que le taux effectif ? Une croissance de 0,75 pour cent par an est proche de celle à long terme — de 1900 à 1987 — de l'Inde (0,64 pour cent par an), du Pakistan (0,88 pour cent par an), et des Philippines (0,86 pour cent par an). Donc, si le PIB réel par tête des Etats-Unis avait été de 2 244 \$ en 1870, et qu'il ait augmenté de 0,75 pour cent par an pendant 120 ans, il atteindrait 5 519 \$ en 1990, soit seulement 2,5 fois sa valeur de 1870 et 30 pour cent de son niveau effectif de 1990 (18 258 \$). Les Etats-Unis ne seraient que le 37<sup>ème</sup> des 127 pays pour lesquels on dispose de données, au lieu d'être au premier rang mondial ! Autrement dit, avec un taux de croissance inférieur de 1 pour cent, le PIB réel par tête des Etats-Unis en 1990 serait proche de celui du Mexique et de la Hongrie, et inférieur d'environ 1 000 \$ à celui du Portugal et de la Grèce.

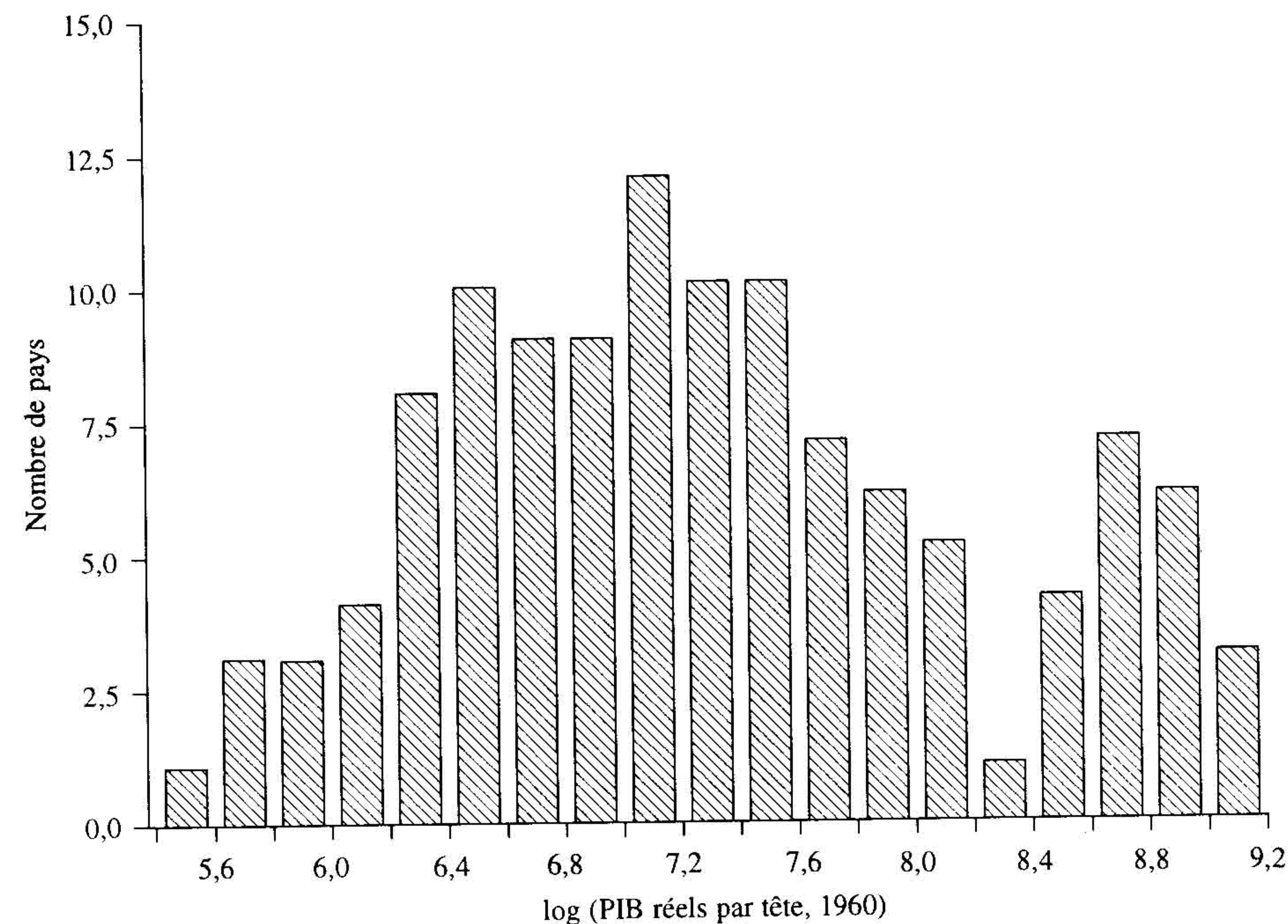
Inversement, supposons que le PIB réel par tête des Etats-Unis ait augmenté de 2,75 pour cent par an depuis 1870 (1 pour cent de plus que le chiffre effectif), progression proche de celle du Japon (2,95 pour cent par an de 1890 à 1990) et de Taïwan (2,75 pour cent par an de 1900 à 1987). Avec un PIB réel par tête de 2 244 \$ en 1870, augmentant de 2,75 pour cent par an pendant 120 ans, le PIB réel des Etats-Unis serait de 60 841 \$ en 1990 — 27 fois la valeur de 1870 et 3,3 fois la valeur réelle de 1990 (18 258 \$). Un tel chiffre (60 841 \$) est très supérieur à celui de

<sup>1</sup> Les données à long terme sur le PIB figurent aux Tableaux 10.2 et 10.3 du chapitre 10. Les informations sur les années récentes, permettant des comparaisons entre pays, sont réunies au Tableau 10.1. Voir le chapitre 10 pour les sources et les définitions.

n'importe quel pays et peut-être, de ce fait, impossible à atteindre. Nous pouvons affirmer en tout cas qu'avec un taux de 1,75 pour cent par an, les Etats-Unis n'atteindront pas ce niveau avant l'an 2059 !

La comparaison des niveaux de PIB réel par tête sur un siècle fait parfois apparaître des multiples allant jusqu'à 20 : par exemple, le PIB réel par tête du Japon en 1990 est d'environ 20 fois celui de 1890. Et si l'on compare les niveaux de PIB réel par tête de différents pays à un moment précis, les écarts sont encore plus grands. La Figure I.1 illustre l'histogramme du log des PIB réels par tête de 118 pays en 1960. Le PIB réel moyen par tête est égal à 1 470 \$ (dollars américains de 1985). L'écart-type du log du PIB réel par tête — qui mesure la dispersion par rapport à la moyenne — est de 0,9. Ce chiffre signifie que la dispersion-type représente 0,41 à 2,5 fois la moyenne. Le PIB réel par tête le plus élevé (9 774 \$) est celui des Etats-Unis, et correspond à 39 fois celui de l'Ethiopie (249 \$).

La Figure I.2 montre un histogramme comparable au précédent, pour 1990 et 129 pays. La moyenne correspond ici à un PIB réel par tête de 2 737 \$, 1,9 fois la valeur de 1960. L'écart-type du log du PIB réel par tête en 1990 est de 1,11, soit une dispersion-type de 0,33 à 3 fois la moyenne. La dispersion par rapport à la moyenne s'est donc accrue entre 1960 et 1990. La valeur la plus élevée, (18 399 \$, Etats-Unis), représente maintenant 65 fois la valeur la plus faible (285 \$, Ethiopie).



**FIGURE I.1**  
Histogramme du log des PIB réels par tête en 1960.

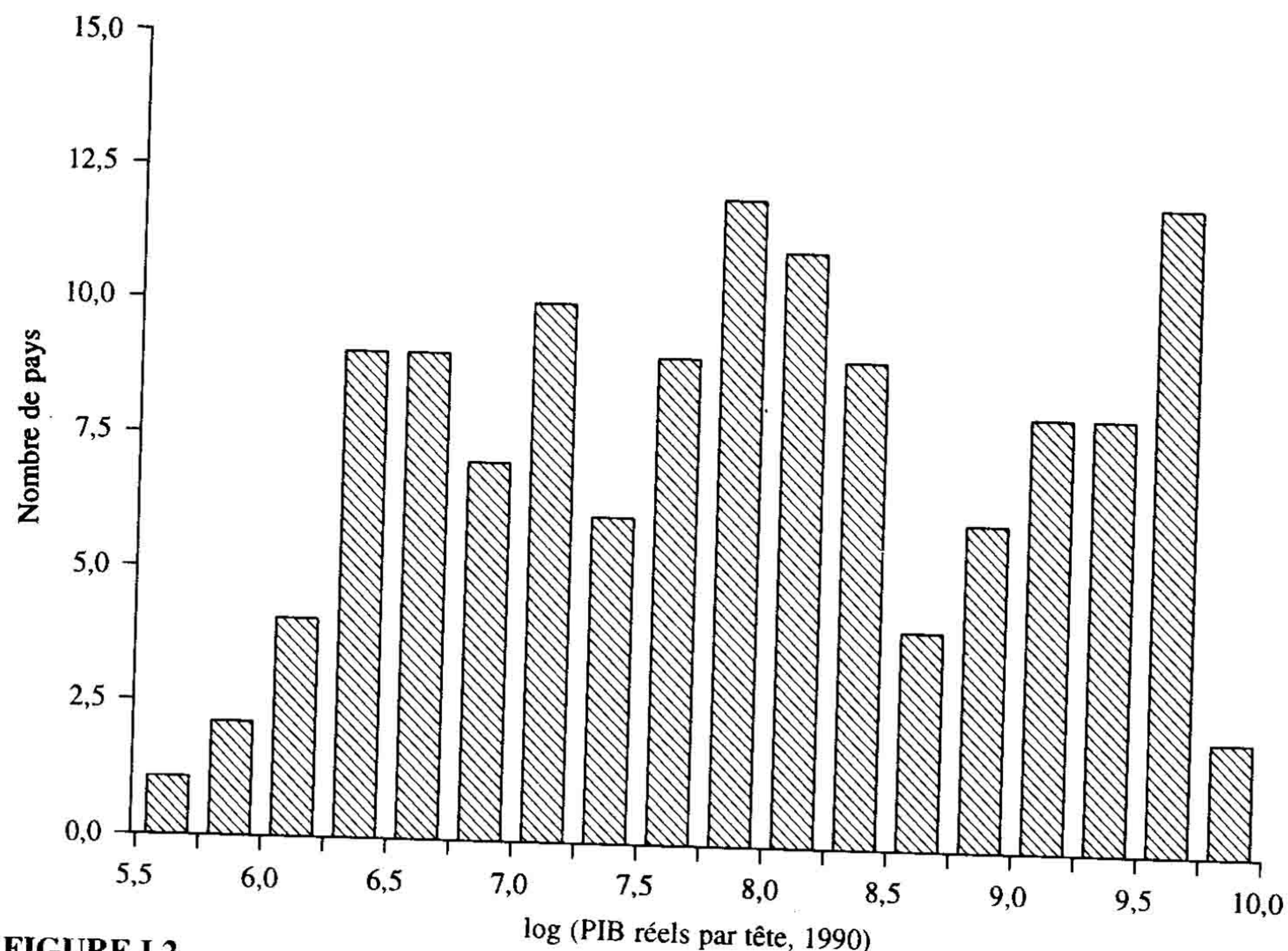


FIGURE I.2

Histogramme du log des PIB réels par tête en 1990.

Même si, à partir d'aujourd'hui, le PIB réel par tête de l'Ethiopie augmentait au taux des Etats-Unis, soit 1,75 pour cent par an, il lui faudrait 239 ans pour atteindre le niveau des Etats-Unis. L'écart serait encore de 152 ans si l'on prenait le taux du Japon, soit 2,75 pour cent par an.

Pour 114 pays, le taux de croissance du PIB réel par tête entre 1960 et 1990 fut en moyenne de 1,8 pour cent par an. La Figure I.3 représente l'histogramme de ces taux de croissance. L'éventail va de -2,1 pour cent par an pour l'Iraq à 6,7 pour cent par an pour la Corée du Sud. Trente ans de différences de cette ampleur entre les taux de croissance ont donc d'énormes conséquences sur les niveaux de vie. La Corée du Sud a multiplié son PIB réel par tête par 7,4, passant de 883 \$ en 1960 (83<sup>ème</sup> rang sur 118 pays) à 6 578 \$ en 1990 (35<sup>ème</sup> rang sur 129), alors que l'Iraq a réduit son PIB réel par tête, qui a été multiplié par 0,5, passant de 3 320 \$ en 1960 (23<sup>ème</sup> rang sur 118) à 1 783 \$ en 1990 (82<sup>ème</sup> sur 129).

Un petit nombre d'autres pays ont connu des taux de croissance presque aussi élevés que celui de la Corée, entre 1960 et 1990. Ceux dont les taux furent supérieurs à 5 pour cent sont Singapour avec 6,3 pour cent, Hong-Kong avec 6,2 pour cent, Taïwan avec 6,1 pour cent, le Botswana avec 5,7 pour cent, Malte avec 5,4 pour cent et le Japon avec 5,4 pour cent. Ces pays ont multiplié leurs niveaux de PIB réel par tête par 5 en une seule génération, soit 30 ans.

Par contre, 17 pays, en plus de l'Iraq, ont connu des taux de croissance négatifs de leur PIB réel par tête entre 1960 et 1990. La liste, par ordre croissant, comprend le

Tchad, Madagascar, le Mozambique, la Somalie, la Zambie, l'Ouganda, le Guyana, le Zaïre, le Nicaragua, le Bénin, la République Centrafricaine, Haïti, le Burundi, le Ghana, le Venezuela, la Mauritanie et le Niger. Ce sont donc les pays de l'Afrique sub-Saharienne qui dominent le groupe à faible croissance. Dans le cas des 39 pays de l'Afrique sub-Saharienne pour lesquels on dispose de chiffres, le taux de croissance moyen entre 1960 et 1990 a seulement été de 0,8 pour cent par an. Autrement dit, un pays type d'Afrique sub-Saharienne n'a multiplié son PIB réel par tête que par 1,3 en 30 ans!

Si nous voulons comprendre pourquoi les niveaux de vie diffèrent tant entre pays (Figures I.1 et I.2), nous devons déterminer les raisons d'écart aussi prononcés entre leurs taux de croissance à long terme (Figure I.3). Car même de petites différences entre ces taux de croissance, lorsqu'elles sont cumulées sur une génération ou plus, ont de bien plus grandes conséquences sur les niveaux de vie que les fluctuations cycliques à court terme qui accaparent pourtant l'attention des macroéconomistes. Or, puisque l'étude des diverses politiques macroéconomiques (qui n'ont pourtant que de faibles effets sur le taux de croissance à long terme) est déjà riche d'enseignements, celle de la croissance économique elle-même, peut contribuer bien davantage encore à l'amélioration des niveaux de vie que ne l'ont fait toutes les analyses de politique macroéconomique à court terme. La croissance économique — objet d'étude de ce livre — est donc bien la partie de la macroéconomie qui importe le plus.

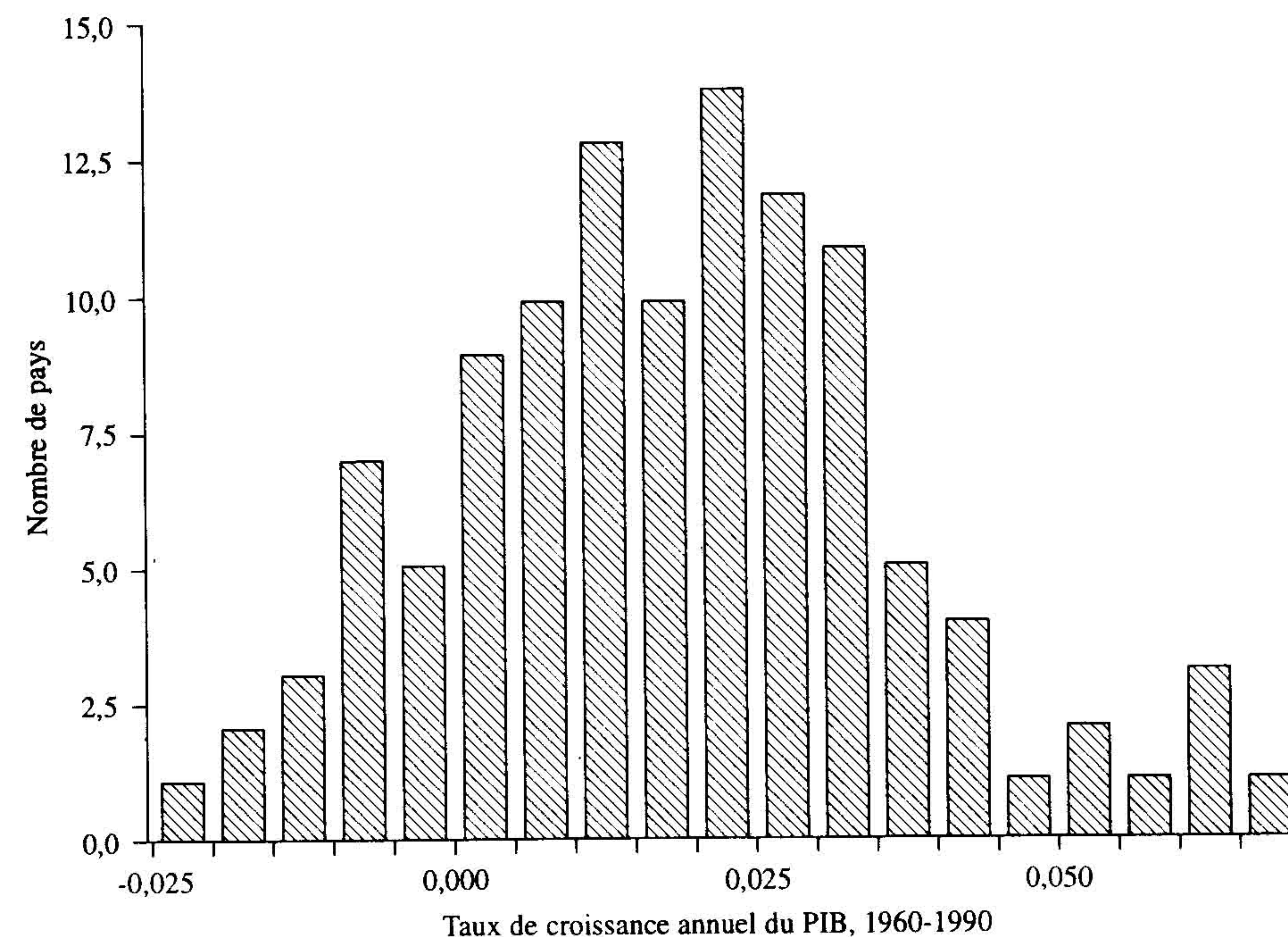


FIGURE I.3

Histogramme des taux de croissance de 1960 à 1990.